

	小学校	中学校	高等学校	【雑】理解が難しい、納得しにくい 【誤】間違いがら、間違っ理解しがち 大学基礎
(1) 0と1に関する特別な扱い	【雑】全体を1と考える問題(仕事算など) 【雑】0の認識と0で割れないこと		【雑】 $a$ の0乗 【雑】 $0^0 = 1$	【雑】零元の0と単位元の1 【雑】零ベクトルだけからなる0次元線形空間
(2) 記号の意味に関する誤解		【誤】マイナス記号が付いたものは文字でも負の数を意味すると思ってしまう 【誤】累乗の指数が作用する範囲( $a^{b^2} = a^b \times b^n$ なのに $a \times a^b \times b$ とする間違い) 【雑】 $3n$ のような積の記号の省略 【誤】 $x$ の係数は1ではなく0だと思ってしまう 【誤】絶対値は記号-を+に変えるものと考え $ 2a-b  = 2a+b$ と計算してしまう 【雑】 $\leq$ (小なりイコール)の意味		【誤】三角比や対数の記号は数を表す文字でもあると思ってしまう 【誤】三角関数記号の指数部にある2と-1の意味を混乱してしまう 【誤】微積分における $dx$ や $dy/dx$ はバラバラな文字に分けられると思ってしまう
(3) 表現の形は異なっても算数・数学として同じものであることの認識	【雑】2:3と4:6の比が同じこと	【雑】 $y$ が $x$ の関数であるとき、その関数の「定義域」と $x$ の「変域」は同じこと	【雑】ベクトルの相等	【誤】ある演算に関して同型な2つの集合を同一なものと思ってしまう
(4) 「または」「かつ」「ならば」の用法と「矛盾」		【誤】証明で結論から仮定を導いてしまう 【雑】背理法で矛盾を引き起こしてしまう出発点は何か分からない	【誤】日本語の「または」と数学の「または」を混同してしまう 【誤】「 $p$ ならば $q$ 」の否定を「 $p$ ならば $q$ でない」としてしまう 【誤】「必要」と「十分」を逆に解釈してしまう 【雑】3つ以上の等号記号で、つながれている方程式 【雑】数学的帰納法の成立条件の変形	【雑】集合 $A, B$ に関して、 $A \subseteq B$ かつ $B \subseteq A \Leftrightarrow A=B$
(5) 「すべて」「ある」の用法		【雑】方程式における記号 $=$ と恒等式における記号 $\equiv$ の違い 【誤】「1つの固定した)弧に対する(すべての)円周角はその弧に対する(ただ1つの)中心角の半分」のカッコ内の言葉に見られるような部分を誤解してしまう	【誤】恒等式の未定係数問題を数値代入法で解いて「十分」としてしまう(恒等式となることを確認すべき) 【雑】「すべての $n$ に対して $P(n)$ 」あるいは「ある $n$ に対して $P(n)$ 」の否定文	【雑】微積分の $\epsilon$ - $\delta$ 論法 【雑】線形代数の1次独立・1次従属 【雑】位相空間のコンパクト
(6) 負の数どうしの積は正となる認識の関連		【雑】負の数どうしの積が正となる認識 【誤】正の数の平方根には負の数もある	【誤】 $\sqrt{a^2b}$ と $a\sqrt{b}$ を等しいと思ってしまう 【雑】負の数の-2乗は定められるが $(1/\sqrt{2})$ 乗は定められない	
(7) 計算におけるおよその見当	【雑】割り算 【誤】概算における答の数字の桁数	【雑】因数分解	【雑】高次方程式	【誤】計算機で計算する場合の計算量の認識不足
(8) 説明文や問題文の意味の理解	【雑】低学年向けの算数文章問題で「 $\times, \div$ のどれを使えばよいか分からない」 【雑】高学年向けの算数文章問題で国語的な文の解釈ができない	【誤】証明問題にも計算問題のような「やり方」が、問題文の意味に対応してあると勘違いする 【誤】各種の図形用語に関する定義文の意味 【誤】近似記号 $\approx$ の厳格な用法での迷い	【誤】事前の確率(普通の確率)なのか事後の確率(結果からみた確率)なのか 【誤】「並べる $\equiv$ 順列の $P$ 」「選ぶ $\equiv$ 組合せの $C$ 」と機械的に覚えてしまう 【雑】「有意水準5%で仮説を棄却する」という意味 【雑】数列の極限と関数の極限の違い 【雑】「連続」と「微分可能」の定義文	【雑】2つの構成要素をもつ有限集合の元の個数を「2通りに計算する」という意味 【雑】基底の元の個数や一樣連続などに出てくる「 $\sim$ のとり方によらず一定」という意味
(9) 移動や作用の順番	【雑】「足してから掛ける」と「掛けてから足す」の違い		【雑】2次関数のグラフの移動と式変形の関係 【雑】行列の積は非可換 【誤】合成関数の微積分	【誤】基底の変換に対応する行列の積の関係 【雑】置換の作用は動かされる対象の集合か、それともそれらが置いてある場所の集合なのか 【雑】左剰余類と右剰余類
(10) 移動や作用の逆	【誤】引き算や割り算では成立しない結合則	【雑】移項するとなぜ逆の演算になるか	【雑】逆行列をもつ行列ともたない行列 【誤】逆関数は「 $x$ と $y$ を取り替えて $y$ について解くもの」と形式的に覚えてしまう	【雑】代数的構造の環において積に関する逆元をもつ元ともたない元の区別
(11) 具体例の認識不足のまま学ぶ抽象概念	【雑】「イチ、ニ、サン、…」と100まで言えることと個数の概念 【雑】長さの概念をようやく理解した者が学ぶ面積・体積の概念	【雑】文字変数や文字式の導入		【雑】同値関係や群などをいきなり公理から学習すること 【雑】 $R$ 上2次元や3次元での学習を省略していきなり $n$ 次元で学習すること
(12) 公式の適用と式変形の妥当性の吟味	【誤】 $\times$ は+より優先することを忘れる 【誤】カッコをかたまりとして扱えない 【誤】四角形の面積公式における底辺に対する高さの取り違い 【誤】円の面積公式と円周公式の混乱 【誤】小数どうしの割り算における余りの少数点の位置	【誤】 $(x+a)(x+b)$ と $(x+d)(cx+e)$ の展開における違い 【誤】不等式の向きは負の数の乗除で逆になること 【誤】球や錐体の体積・表面積に関する様々な公式 【誤】分配法則を適用するときカッコの中に記号-がある場合 【誤】 $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ となる誤り 【誤】 $a$ の $m$ 乗と $a$ の $n$ 乗の積は $a$ の $mn$ 乗となる誤り	【雑】確率における積の法則と和の法則の理解 【誤】加法定理に関連するいろいろな公式で覚え間違いがあっても、それを正す術がない 【誤】 $h \rightarrow 0$ のとき $\frac{f(x+2h)-f(x)}{h}$ も $f'(x)$ の導関数 $f'(x)$ にしてしまう 【誤】微分係数が0となる点では必ず極値をとると思ってしまう 【誤】上下関係が途中で入れ替わる2曲線によって囲まれる図形の面積を積分で求めるとき間違っ	【誤】4次以上の行列式を「たすきがけ」で展開してしまう 【誤】ロピタルの定理の条件を忘れて、分母・分子それぞれを微分して極限を求めてしまう 【誤】有理関数体の零元でない元に対してまで、分母が0になる状況を気にしてしま
(13) 比に関して比べる対象にある誤り	【誤】割合=比べられる量 $\div$ 元にする量 【誤】「 $\sim$ の $\sim$ に対する割合」における元にする量はどれか 【誤】食塩水濃度の問題における元にする量	【誤】面積比と体積比 【誤】相似における対応する位置関係の確認	【誤】 $m:n$ に内分する点と外分する点を表す式	
(14) 扱う対象の拡張や単位の変更によって生じる理解面でのギャップ	【雑】個数としての数字と連続量としての数字 【雑】小数と分数の導入方法の違いから起こる混乱 【雑】仮分数と帯分数の両方が存在する意味 【雑】分数で割るときなぜ分母・分子を取り替えて掛けるのか 【雑】 $\square = \Delta$ でも口 $cm$ と $\Delta cm^2$ は違う	【誤】 $cm$ や $cm^2$ などの物理的な単位を省略した図形の計量	【雑】複素数の存在すること 【雑】三角比から学ぶ一般の三角関数 【誤】角の大きさの度とラジアン 【誤】常用対数の底と自然対数の底	【雑】集合の濃度の導入における有限集合と無限集合 【雑】商空間の各剰余類を1つの元と見なすこと
(15) 図形的な実際の体験不足	【雑】立体の切断面の形が想像できない 【誤】いろいろな表し方がある展開図	【誤】反比例や放物線のグラフが描けない 【雑】円が直線や他の円と接する状況 【誤】連立方程式の図形的なイメージ	【誤】無理関数の始点から延びる方向 【雑】楕円、放物線、双曲線の幾何学的な定義 【誤】関数のグラフを局所的には描けるものの大域的には描けない	【雑】複素平面上の1次変換の図形的なイメージ 【雑】位相空間の「同相」概念の図形的なイメージ 【雑】線形計画法の最適解に対応する端点
(16) 直視的な説明が優勢な内容	【雑】長方形を「ながしかく」とおぼえて、正方形も長方形の一種であることが分らず混乱 【誤】平均は「足してその個数で割る」ものと理解して、相加平均以外の平均(調和平均、相乗平均)が理解できない	【誤】反比例や放物線のグラフが描けない 【雑】円が直線や他の円と接する状況 【誤】連立方程式の図形的なイメージ	【雑】「限りなく近づく」 【雑】「同様に確からしい」	【雑】イメージとしての「連続」と公理からの「連続」との間にある違和感 【誤】方程式が「解ける」「解けない」は自分の問題と思いつく